



コンピュータグラフィックス特論Ⅱ

第8回 物理シミュレーション

九州工業大学 尾下 真樹

2021年度

今日の内容

- 物理シミュレーションの概要
- 剛体の物理シミュレーション
 - 運動方程式
 - 回転運動と慣性モーメント
 - シミュレーションの手順
- 衝突と接触の扱い
- 多関節体の物理シミュレーション
- 変形する物体の物理シミュレーション



物理シミュレーション

- 物理シミュレーション (Physics Simulation)
 - = 動力学シミュレーション (Dynamics Simulation)
 - 物理法則に従って物体の運動を計算
 - 物理的に正しいアニメーションが生成できる
 - 物体の位置を直接動かすのではなく、力を加えることで間接的に物体が運動する
 - 意図した通りにコントロールすることは難しい
- 物理シミュレーションは、さまざまな用途で用いられる



今日の内容

- 物理シミュレーションの概要
- 剛体の物理シミュレーション
 - 運動方程式
 - 回転運動と慣性モーメント
 - シミュレーションの手順
- 衝突と接触の扱い
- 多関節体の物理シミュレーション
- 変形する物体の物理シミュレーション



参考書

- 「3DCGアニメーション」
栗原恒弥・安生健一 著、技術評論社、¥2,980
– アニメーション技術全般を解説
- ロボット工学 - 機械システムのベクトル解析
広瀬 茂男著、装華房、¥4,950
– 剛体・多関節の動力学計算





物理シミュレーションの概要

物理シミュレーションの応用例(1)

- シミュレータ

- ロボットや工業製品の評価・設計などに利用
- なるべく正確なシミュレーションが要求される
- 必要であれば計算時間がかかっても良い

- アニメーション

- 映画などへの利用、物理現象による動きの生成
- 見た目が自然であることが重要(必ずしも物理的に正確でなくても構わない)
- 結果をコントロールしやすいことも要求される



物理シミュレーションの応用例(2)

- コンピュータゲーム
 - アニメーションと同様、見た目が自然で、コントロールしやすいことが重要
 - 高速に計算できることが求められる
- 最近では物理シミュレーションを取り入れたゲームも多く存在
 - カーレース、フライトシミュレータ、弾道計算など
 - 自然な動きを生成しようとする、物理法則を取り入れるのが最も有効
 - 必要に応じてパラメタやモデルを調整



物理シミュレーションの応用例(3)

- ゲームにおける物理シミュレーションの目的
 - ゲームプレイ物理 (Game Play Physics)
 - 物理計算を使って乗り物や人物の動きを生成するなど、物理計算がゲーム進行に影響を与えるもの
 - ゲームの難易度等にも影響するため、必ずしも物理的に正確な動きを表現するだけでなく、制作者の意図通りの動きを実現することが要求されることがある
 - 効果物理 (Effects Physics)
 - 炎・煙・水面の表現、爆発の効果の表現、やられて落ちる人物の表現など、ゲーム進行には影響しないが、映像のリアリティを増すために物理計算を用いるもの
 - 比較的容易に導入しやすい



物理シミュレーションの実現方法

• 汎用のライブラリを使用

- 最近では、汎用の物理シミュレーションライブラリ(ミドルウェア)が広く利用されている
 - ODE, Bullet, Havok, PhysX, OpenHRP等
 - 市販のコンピュータゲームなどでも使用されている
 - Unity, Unreal 等のゲーム用ミドルウェアも物理演算機能を持つ
 - インタラクティブなアニメーション生成が目的であり、精度は高くない
 - ある程度物理シミュレーションの原理を理解していなければ、使えない

• 自分で開発

- 基本的な物理シミュレーションの原理や実装はそれほど難しくない
- 安定性や高速化を実現しようとするとう工夫が必要
- 物理シミュレーションの手法自体に工夫をしたい場合などは、基本的に自作する必要がある



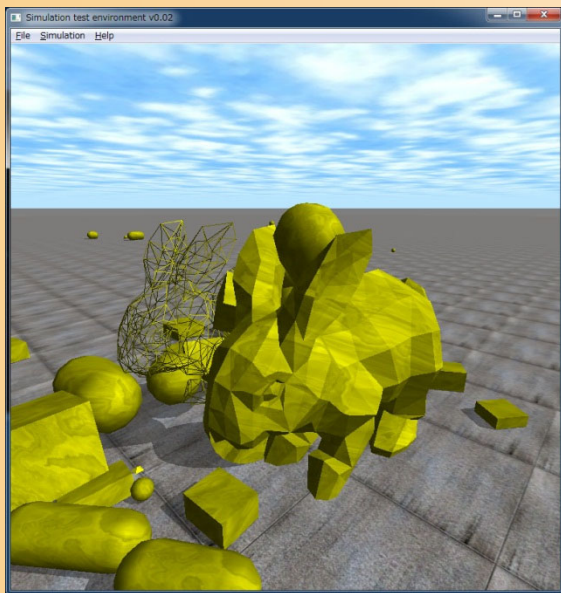
物理シミュレーション ミドルウェア

- ODE (Open Dynamics Engine)
 - フリーで利用可能
 - 剛体(多関節体)の運動シミュレーション
- Bullet
- Havok (Havok社 → Intelが買収)
 - 剛体(多関節体)や粒子の運動シミュレーション・描画
 - グラフィックカード(GPU)を使って高速に計算可能
- PhysX (AGEIA社 → nVidiaが買収)
 - もともとは、専用プロセッサ(カード)を使用
 - グラフィックカード(GPU)でも動作するようになった
- OpenHRP (日本で開発されたロボットシミュレータ)



物理シミュレーションミドルウェアの例

- Open Dynamic Engine (ODE)
 - <http://www.ode.org>
 - ライブラリ+サンプルのソースが公開



参考書：
簡単!実践! ロボットシミュレーション - Open Dynamics Engineによる
ロボットプログラミング
出村公成、森北出版、3,360円





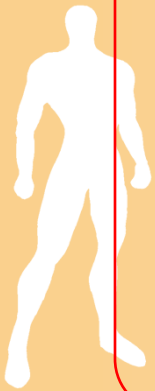
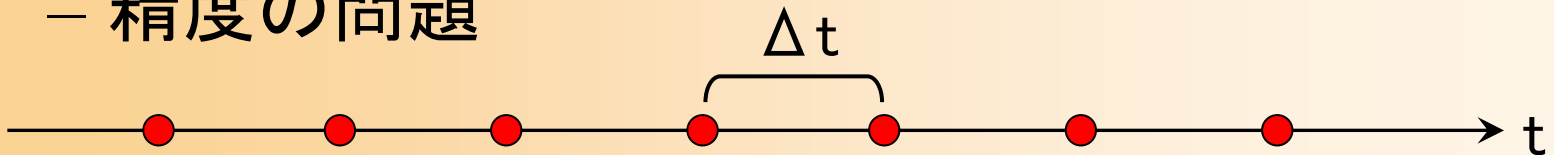
物理シミュレーションの種類

- 解析的なシミュレーション

- 運動中に外力などが加わらず、運動の軌道が既知の場合(数式などによって表される場合)は、数式にもとづいて運動を計算することが可能

- 数値計算的なシミュレーション

- 運動中に外力などが加わる場合
- 解析的には解けないため、各離散時間ステップごとに、外力などを考慮して運動を計算
- 精度の問題



対象となる物体の種類

- 剛体 (Rigid Body)
 - ニュートンの運動方程式に従う
 - 質点のみ考えれば良いので比較的簡単
- 多関節体 (Articulated Body)
 - ロボット・人体など
- 変形する物体 (Deformable Object)
 - 布、クッション、衣服、皮膚、髪の毛など
 - 粒子モデルや有限要素法などを用いて形状変形を計算
- 不定形の物体
 - 炎、雲、水面など
 - 粒子モデル、ボクセルモデルなどを用いて分布を計算



対象となる物体の種類

- 剛体 (Rigid Body) 対象となる物体の種類に応じて、異なる物理シミュレーション手法やモデルが必要となる
 - ニュートンの運動方程式
 - 質点のみ考えれば良い
- 多関節体 (Articulated Body)
 - ロボット・人体など
- 変形する物体 (Deformable Object)
 - 衣服、皮膚、髪の毛など
 - 粒子モデルや有限要素法などを用いて計算
- 不定形の物体
 - 炎、雲、水面など
 - 粒子モデル、ボクセルモデルなどを用いて計算





剛体の物理シミュレーション

剛体の運動

- 基本的には力学の講義で習った内容の復習
 - 知識としては大学1・2年生レベル
 - 物理シミュレーションのプログラミングを行うために必要な内容を説明
- 剛体の物理シミュレーション
 - 運動方程式
 - 回転と慣性モーメント
 - 接触と衝突



運動方程式

- ニュートン・オイラーの運動方程式
 - 並進運動(ニュートンの運動方程式)

運動量

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

質量・並進速度

運動方程式

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

力 並進加速度

- 回転運動(オイラーの運動方程式)

運動量

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$$

慣性モーメント行列・回転速度

運動方程式

$$\mathbf{N} = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$$

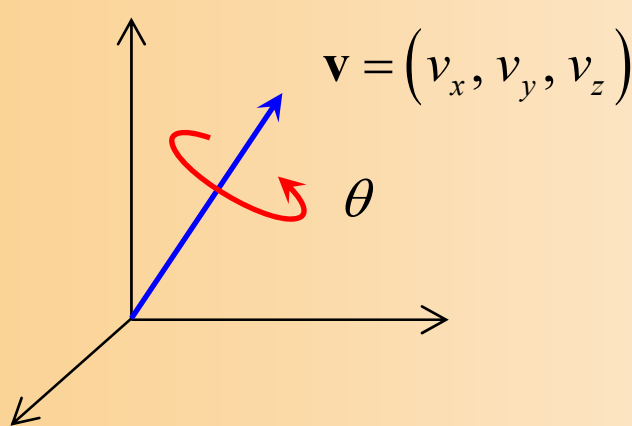
トルク 回転加速度



回転の表現方法

- 3次元ベクトルによる回転の表現

- 前回の講義でてきた、回転軸と回転角度による表現と同じ
- ベクトルの大きさが回転角度(速度・加速度)を表す



$$\mathbf{r} = \theta \mathbf{v} = (\theta v_x, \theta v_y, \theta v_z)$$

回転角度 $\theta = |\mathbf{r}|$ 回転軸 $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$



回転表現の変換(復習)

- 四元数から回転行列への変換
 - 任意ベクトル周りの回転行列に相当

If the scalar part has value w , and the vector part values x , y , and z , the worked out to be

$$M = \begin{bmatrix} 1-2y^2-2z^2 & 2xy-2wz & 2xz+2wy \\ 2xy+2wz & 1-2x^2-2z^2 & 2yz-2wx \\ 2xz-2wy & 2yz+2wx & 1-2x^2-2y^2 \end{bmatrix}$$

前回の授業で学習した方法で、回転行列への変換が可能
ただし、回転角度・速度・加速度の大きさが $180(\pi)$ を超える場合は、回転行列への変換はできない

when the magnitude $w^2+x^2+y^2+z^2$ equals 1. The

Ken Shoemake, “Animating Rotation with Quaternion Curves”,
Proc. of SIGGRAPH ‘85, pp. 245-254, 1985. より



回転の表現方法の注意

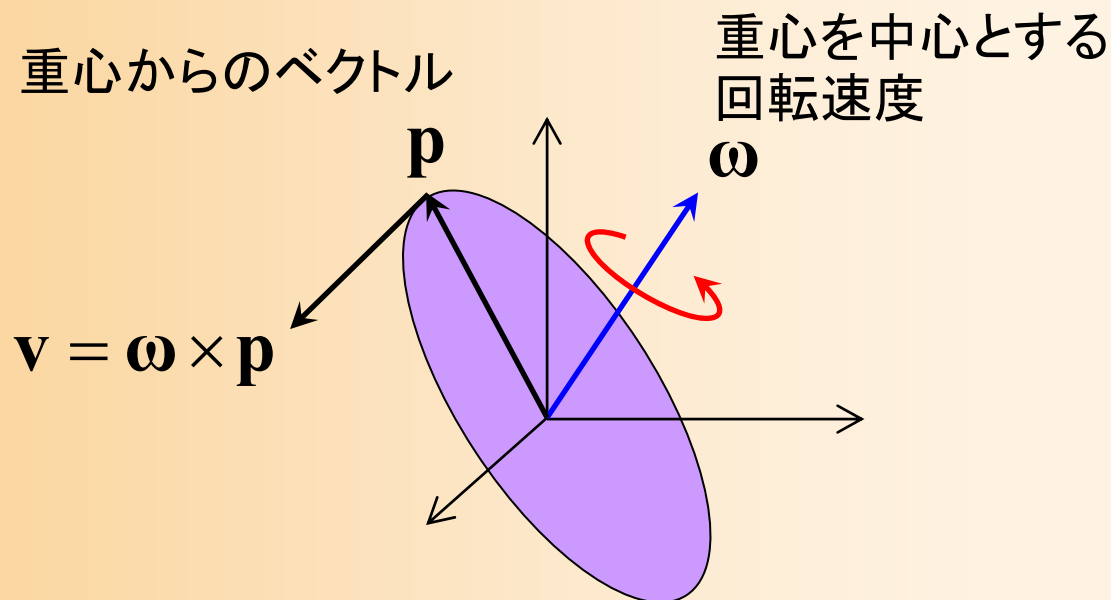
- 回転角度が0になると、回転ベクトルも0となり、回転軸の情報が消失してしまう
 - 回転角度が0のときには、回転の情報には意味がないため、回転軸は任意の向きで構わない
 - プログラム的には、回転軸を求めるために正規化を行おうとすると、ゼロ割が生じて(無限大になって)しまい、問題が生じる
 - そのため、例えば、回転角度(ベクトルの長さ)が0のときは、正規化は行わず、適当な回転軸を設定する、といった対応を行う



並進運動と回転運動

- 並進運動と回転運動の関係

- 回転速度 ω から、外積計算により、任意の点の並進速度 v を計算できる
- 力や運動量に関しても同様



慣性モーメント行列

- 慣性モーメント行列
 - 質量の回転版
 - 回転速度に応じてどれだけの回転運動量を持つかを表す
 - 3×3 の対称行列になる

運動量

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{xx} & -\mathbf{I}_{xy} & -\mathbf{I}_{xz} \\ -\mathbf{I}_{xy} & \mathbf{I}_{yy} & -\mathbf{I}_{yz} \\ -\mathbf{I}_{xz} & -\mathbf{I}_{yz} & \mathbf{I}_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$



慣性モーメント行列の計算

- 次の体積分により計算できる

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{xx} & -\mathbf{I}_{xy} & -\mathbf{I}_{xz} \\ -\mathbf{I}_{xy} & \mathbf{I}_{yy} & -\mathbf{I}_{yz} \\ -\mathbf{I}_{xz} & -\mathbf{I}_{yz} & \mathbf{I}_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \iiint (y^2 + z^2) dx dy dz & -\iiint (xy) dx dy dz & -\iiint (xz) dx dy dz \\ -\iiint (xy) dx dy dz & \iiint (x^2 + z^2) dx dy dz & -\iiint (yz) dx dy dz \\ -\iiint (xz) dx dy dz & -\iiint (yz) dx dy dz & \iiint (x^2 + y^2) dx dy dz \end{pmatrix}$$

- 基本的な形状に関しては数学的に解ける
- 任意形状の体積分はやや複雑になる

- ワールド座標系での慣性モーメント行列

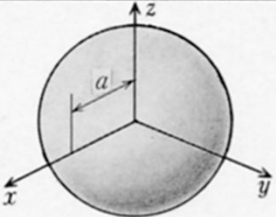
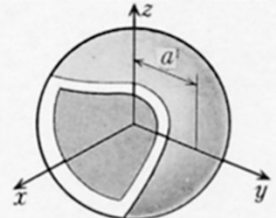
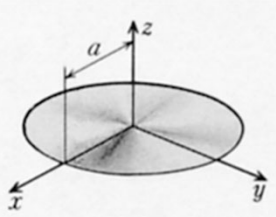
$$\mathbf{I}' = \mathbf{R} \mathbf{I} \mathbf{R}^T$$

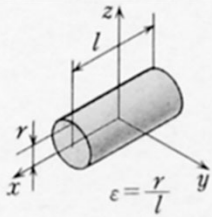
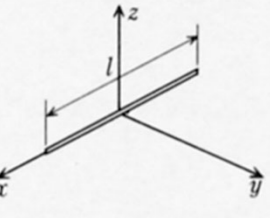
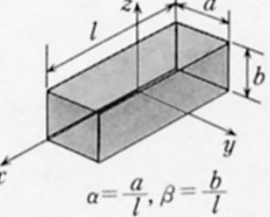
物体の回転行列 \mathbf{R} により計算



基本的な形状の慣性モーメント

- 球、球殻、円板、円柱、棒、直方体

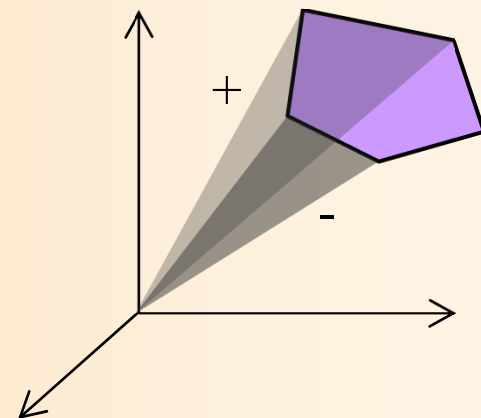
球		$I = \frac{2}{5} ma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
球殻		$I = \frac{2}{3} ma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (球殻の厚さはゼロとなる)
薄い円板		$I = \frac{1}{4} ma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

円柱		$I = \frac{1}{12} ml^2 \begin{bmatrix} 6\epsilon^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1+3\epsilon^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1+3\epsilon^2 \end{bmatrix}$
細い棒		$I = \frac{1}{12} ml^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
直方体		$I = \frac{1}{12} ml^2 \begin{bmatrix} \alpha^2 + \beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \alpha^2 \end{bmatrix}$

広瀬茂男, “ロボット工学”, 装華房, p. 62 より

任意の形状の慣性モーメント

- ポリゴンモデルの慣性モーメントの計算方法
 - Sheue-ling Lien and James T. Kajiya, "A Symbolic Method for Calculationg the Integral Properties of Arbitrary Nonconvex Polyhedra“, *IEEE Cimputer Graphics & Applications*, Octover 1984, pp.35-41
 - 各ポリゴンごとに、三角すいとして体積分し、面の表裏に応じて加算・減算していく



運動の生成

- 物体は、外部から力が加えられなければ、等速運動を続ける
- 物体を運動させるためには、運動に必要な力を計算して、力を加える必要がある
 - 例：飛行機であれば、プロペラやジェットなどの推進力を計算（エンジンのモデルが必要？）
- 衝突や接触による外部からの影響も重要
 - 何も処理を行わなければ、物体同士がめり込んでしまい、非常に不自然に見えてしまう
 - 衝突や接触の処理方法については、後述



剛体の運動のシミュレーション

- ある時刻において物体に加わる力・トルクから並進・回転加速度が計算される

$$\mathbf{a} = \frac{1}{m} \mathbf{F} \quad \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{N} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega})$$

- 加速度を積分することで微小時刻における運動(位置・向きの変化)が計算できる
(ニュートン法)

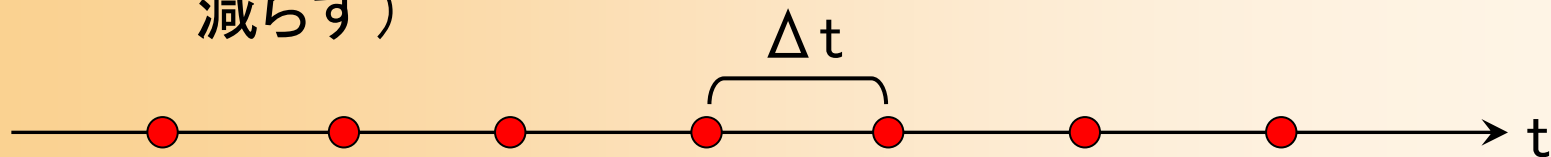
並進速度 $\mathbf{v}' = \mathbf{v} + \mathbf{a} \Delta t$ 回転速度 $\boldsymbol{\omega}' = \boldsymbol{\omega} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \Delta t$

位置 $\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{v}' \Delta t$ 向き $\mathbf{R}' = \mathbf{M}(\Delta t \boldsymbol{\omega}') \mathbf{R}$



コンピュータによるシミュレーション

- コンピュータでシミュレーションを行う場合は、
離散時間でのシミュレーションになる
 - 適当な時間間隔 Δt ごとに計算
 - 物体に加わる力を決め、力に応じた位置・速度変化を計算
 - Δt は固定の場合と、動的に変化させる場合がある（次の2種類の目的がある）
 - 精度が必要な状況で、 Δt を小さくする
 - 速度が必要な状況で、 Δt を大きくする（計算回数を減らす）



シミュレーションの手順

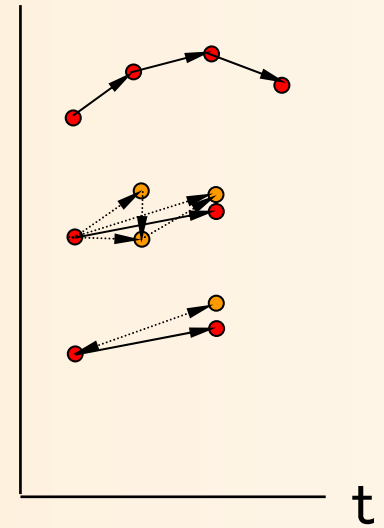
- 時間間隔 Δt ごとに、以下を繰り返す
 1. $t = t + \Delta t$
 2. 現在の時刻に各剛体に働く力・トルクを求める
 \mathbf{F}, \mathbf{N}
 3. 力・トルクより、各剛体の位置・向きを更新
 $\mathbf{F}, \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{v}, \mathbf{p}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{R}$
 4. 物体同士の衝突による速度変化を計算
 $\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega} \rightarrow \mathbf{v}', \boldsymbol{\omega}'$
 5. 物体同士の接触を処理
 $\mathbf{v}, \mathbf{p}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{v}', \mathbf{p}', \boldsymbol{\omega}', \mathbf{R}'$

※ 詳細は、数値積分の方法や衝突・接触の処理方法によって変わる



シミュレーションの数値積分手法

- ニュートン法 (ニュートン・オイラー法)
 - Δt が大きくなると、すぐに発散してしまう
- ルンゲ・クッタ法
 - 各ステップにおいて、中間点での位置・速度を計算し、計算結果を補正する方法
 - 1回のステップに4回の積分計算が必要
- 後退オイラー法



- ステップの計算後の状態から、時間を逆に戻して、計算結果を補正する方法
- 下の2つの方法も、発散しにくくなるだけで、必ずしも計算結果が正確になる訳ではないことに注意



シミュレーションの速度

- リアルタイム・シミュレーション
 - 現実世界と同じ速度でシミュレーションが進行
 - 秒間10フレーム以上(30フレーム以上が理想)
- インタラクティブ・シミュレーション
 - 対話的に操作できる程度の速度で動作
 - 必ずしも、現実世界の時間とは一致しない
 - 最低秒間数フレーム~10フレーム以上
- オフライン・シミュレーション
 - 計算にかなりの時間がかかる
 - 1フレーム数秒~数時間



今日の内容

- 物理シミュレーションの概要
- 剛体の物理シミュレーション
 - 運動方程式
 - 回転運動と慣性モーメント
 - シミュレーションの手順
- 衝突と接触の扱い
- 多関節体の物理シミュレーション
- 変形する物体の物理シミュレーション

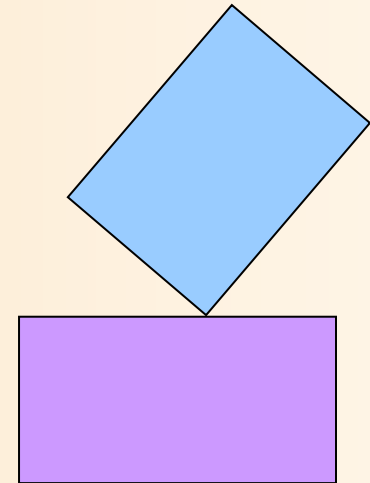




衝突と接触の扱い

衝突と接触

- 衝突と接触の2つを区別して扱うのが一般的
- 衝突(ごく短時間の接触)
 - 物体同士が初めて接触
 - 運動量保存の法則により、衝突による速度変化を計算
- 接触
 - 物体同士が継続的に接触
 - 物体同士がめり込まないように、位置・速度・加速度・力の変化を計算



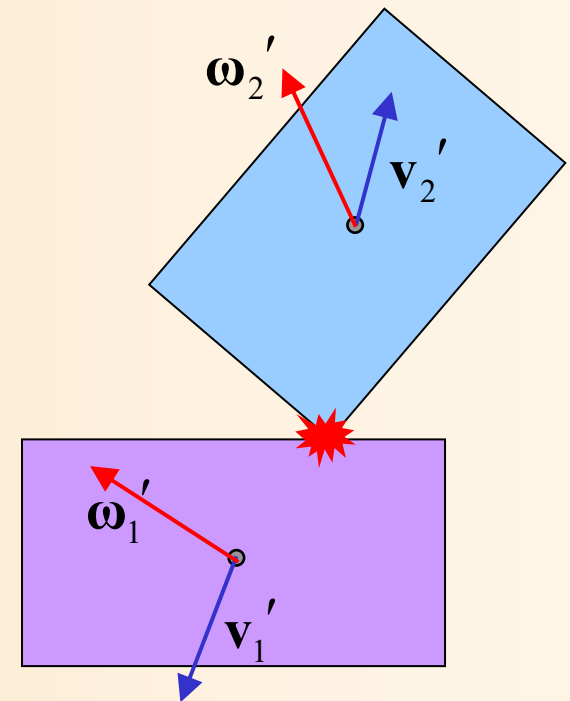
衝突の計算(1)

- 物体同士が衝突した後の、各物体の速度 (並進速度・回転速度)を計算
 - 並進速度

$$\mathbf{v}_1 \rightarrow \mathbf{v}'_1 \quad \mathbf{v}_2 \rightarrow \mathbf{v}'_2$$

- 回転速度

$$\boldsymbol{\omega}_1 \rightarrow \boldsymbol{\omega}'_1 \quad \boldsymbol{\omega}_2 \rightarrow \boldsymbol{\omega}'_2$$



衝突の計算(2)

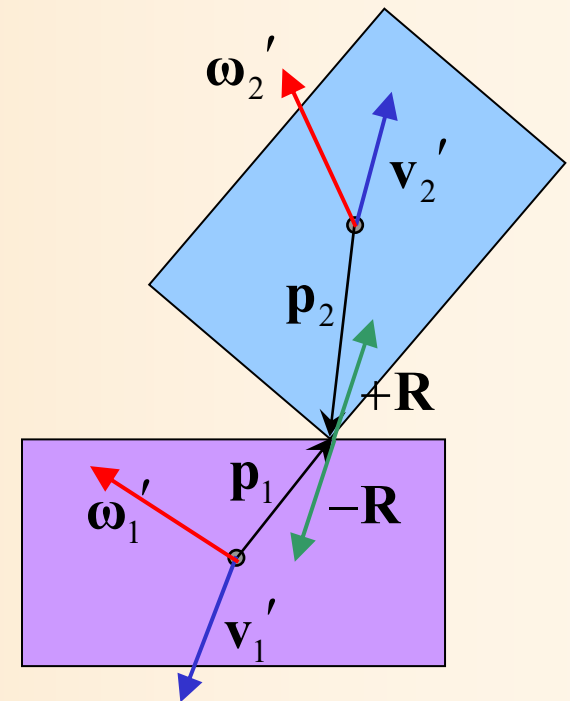
- 衝突点での衝撃 R と、衝突後の両物体の速度・回転速度の方程式を立てる(続き)

– 未知数は、5ベクトル \times 3次元 = 15

- 解くためには15個の式が必要

– 参考文献:

Matthew Moore, Jane Wilhelms,
“Collision Detection and Response for
Computer Animation”,
Computer Graphics (SIGGRAPH '88),
Vol. 22, No. 4, 1988.



衝突の計算(3)

- 衝突点での衝撃 \mathbf{R} と、衝突後の両物体の速度・回転速度の方程式を立てる

$$m_1 \mathbf{v}'_1 = m_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{R}$$

衝突後の並進速度
(衝撃による速度変化)

$$m_2 \mathbf{v}'_2 = m_2 \mathbf{v}_2 - \mathbf{R}$$

$$\mathbf{I}_1 \boldsymbol{\omega}'_1 = \mathbf{I}_1 \boldsymbol{\omega}_1 + \mathbf{p}_1 \times \mathbf{R}$$

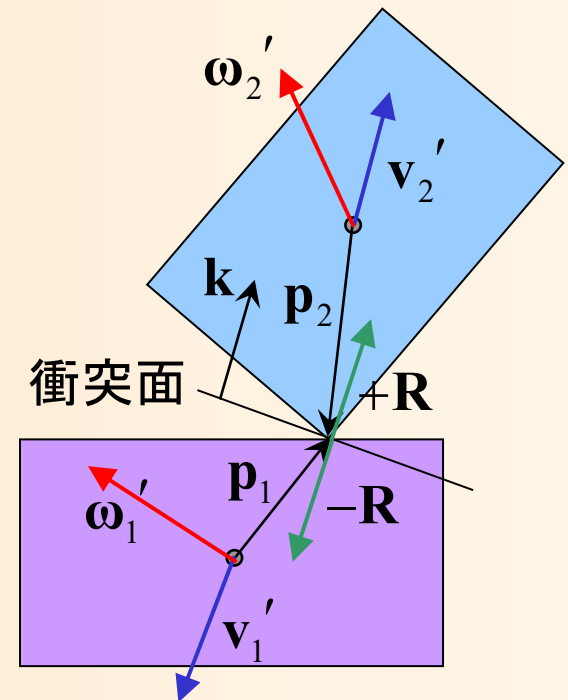
衝突後の回転速度
(衝撃による速度変化)

$$\mathbf{I}_2 \boldsymbol{\omega}'_2 = \mathbf{I}_2 \boldsymbol{\omega}_2 - \mathbf{p}_2 \times \mathbf{R}$$

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{i} = 0, \mathbf{R} \cdot \mathbf{j} = 0 \quad \text{衝撃の方向}$$


$$\left(\mathbf{v}'_2 + \boldsymbol{\omega}'_2 \times \mathbf{p}_2 - \mathbf{v}'_1 - \boldsymbol{\omega}'_1 \times \mathbf{p}_1 \right) \cdot \mathbf{k} = 0$$

衝突点における速度の差がゼロ



衝突の計算(4)

- 衝突点での衝撃 R と、衝突後の両物体の速度・回転速度の方程式を解く
 - 式全体を 15×15 次元の行列として表し、逆行列を解くことで、全ての未知数が計算できる
 - 逆行列は、LU分解などの一般的な方法で計算可能


$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \mathbf{I}_1 & 0 & -\mathbf{p}_1^* \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I}_2 & \mathbf{p}_2^* \\ -1 & 1 & -\mathbf{p}_1^* & \mathbf{p}_2^* & \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1' \\ \mathbf{v}_2' \\ \boldsymbol{\omega}_1' \\ \boldsymbol{\omega}_2' \\ \mathbf{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 \mathbf{v}_1 \\ m_2 \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{I}_1 \boldsymbol{\omega}_1 \\ \mathbf{I}_2 \boldsymbol{\omega}_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

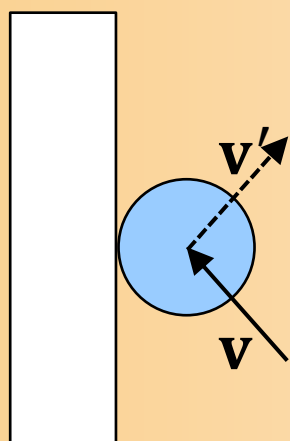
$$\mathbf{p}^* = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{p}_z & -\mathbf{p}_y \\ -\mathbf{p}_z & 0 & -\mathbf{p}_x \\ -\mathbf{p}_y & -\mathbf{p}_x & 0 \end{pmatrix}$$

一番下の行は適当(正しく書くと細くなるので)

外積計算を表す行列

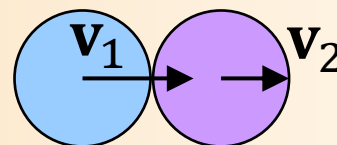
参考：簡易的な衝突計算

- 物体の回転を考慮せず、並進速度のみの計算であれば、簡単な式で計算できる
 - 高校物理レベルの計算



$$v'_x = -v_x$$

$$v'_y = v_y$$



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

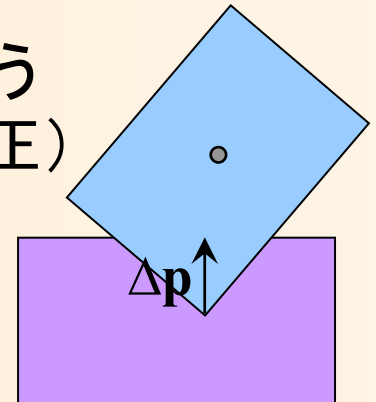
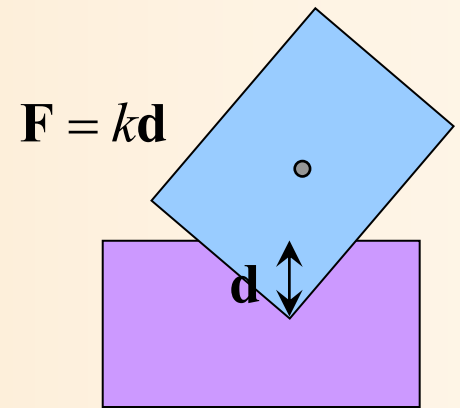
$$\frac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2} = 1$$

こういった簡易的な衝突計算は、限られた用途にしか使えず、一般的には正確な衝突計算を行う必要がある



接触の計算

- 主に2種類の方法がある
- ペナルティ法
 - むり込みの深さに応じて力を加える
 - 適当なバネ係数を決める
 - 正確さは保障されないが、処理は容易
- コンストレイント法(制約法)
 - むり込みが起こらない位置まで移動するような力を加える(または位置・速度を直接修正)
 - 計算が複雑になる、物理法則が崩れる
 - 複雑なむり込みに対処するのが困難



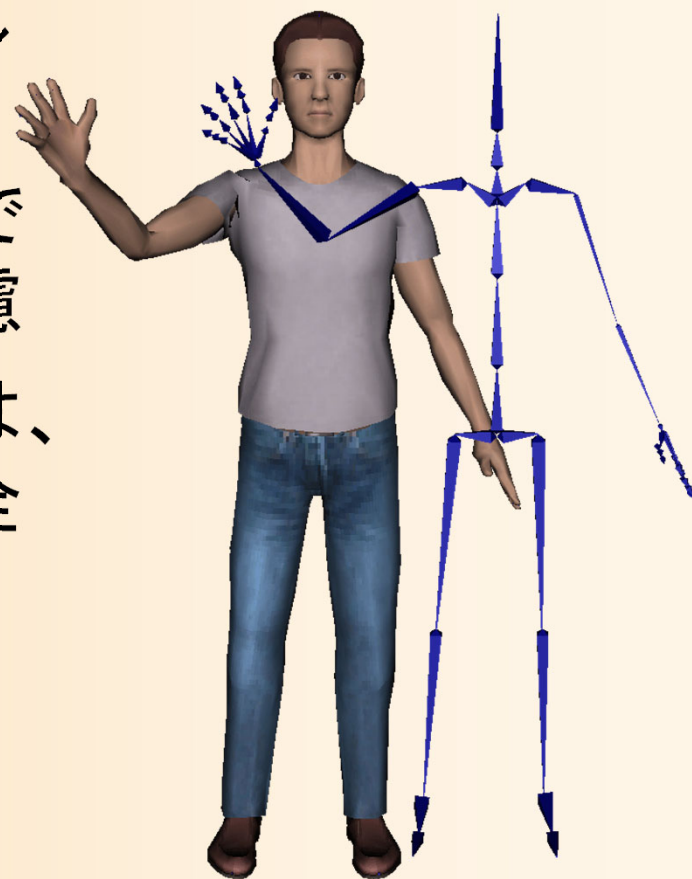


多関節体の物理シミュレーション

多関節体のシミュレーション

- 運動方程式

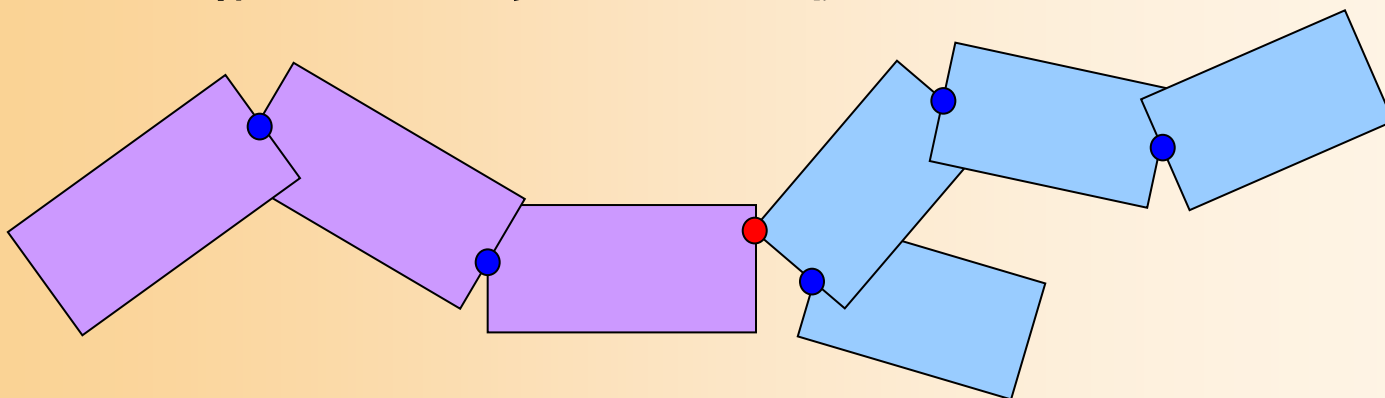
- 基本的には、複数の剛体として扱うことができる
- 関節点での拘束条件（関節で剛体同士が常に接触）を考慮
- 各種の運動を計算するときは、関節の拘束条件を考慮し、全身で運動を計算する必要がある



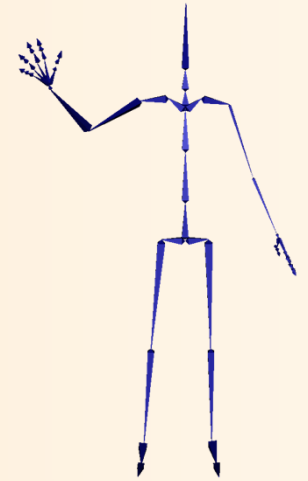
多関節体の衝突計算

- 高次元の行列計算

- 衝突点における条件の式に加えて、全関節における拘束条件の式を追加し、連立方程式として解く必要がある
 - 関節点での未知数15 + 互いの関節数 \times 6
- 高次元の疎行列になるので、疎行列に向けたデータ構造や計算方法が使える



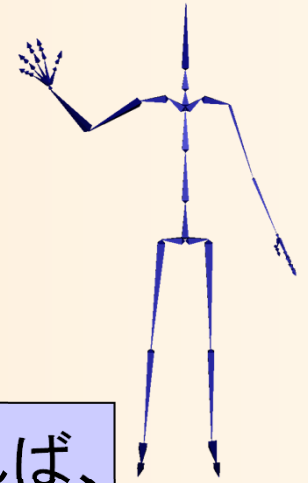
多関節体のシミュレーション方法



- 主に2種類の方法がある
- 剛体シミュレーションにより計算
 - 各リンクの位置・向きにより状態を表現
 - 各リンクの運動をばらばらに計算し、その後、関節間の拘束条件を保つように制約を適用する
- 多関節体全体で計算
 - 各関節の関節角度により状態を表現
 - 常に拘束条件を満たすように全身の動きを計算
 - 結果的に、計算に時間がかかってしまう



多関節体のシミュレーション方法



- 主に2種類の方法がある
- 剛体シミュレーションにより計算

現在は、単純な物理シミュレーションだけの用途であれば、こちらの方法が主流

- 多関節体全体で計算

以降の説明は、主にこちらの方法での説明
ロボット制御などで、多関節体の運動を解析するためには、こちらの方法も必須

計算

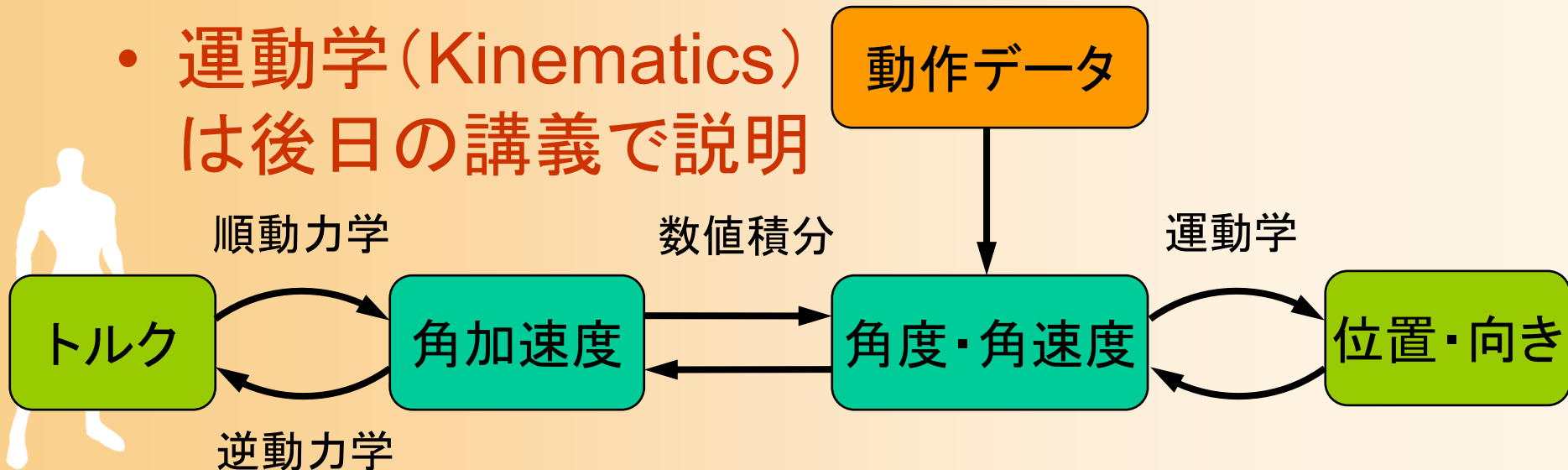
多関節体の運動計算

- 順動力学 (Forward Dynamics)
 - 全関節に加わるトルクから、運動を計算する
 - 計算には比較的時間がかかる
- 逆動力学 (Inverse Dynamics)
 - 目標として与えられた運動 (角加速度) から、その運動の実現に必要なトルクを逆算する
 - ロボットや人体モデルの制御などで必要になる
 - こちらは比較的高速に計算できる



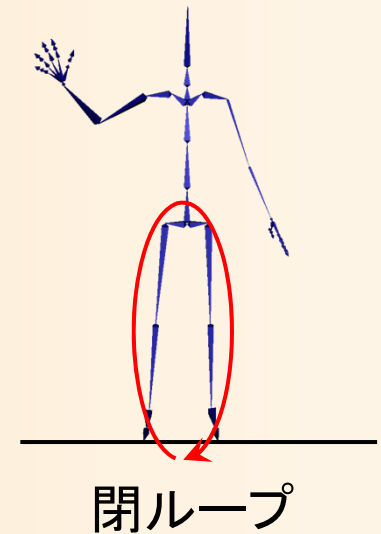
多関節体の動力学

- 順動力学 (Forward Dynamics)
 - 全関節のトルクから加速度の変化を計算
- 逆動力学 (Inverse Dynamics)
 - 全関節の加速度から必要なトルクを計算
- 運動学 (Kinematics) は後日の講義で説明



多関節体の逆動力学計算

- 開ループ構造の逆動力学計算
- 主に2つの解法がある
 - ラグランジュ法
 - 各体節の運動エネルギーをもとに計算
 - ニュートン・オイラー法
 - 各体節の加速度とトルクにより計算
 - 高速



- 閉ループ構造の場合は、拘束条件を考慮して次元を減らした状態で計算する必要がある



多関節体の逆動力学計算

- 逆動力学計算の式

$$\tau = H(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + K(\theta)F$$

必要トルク 角加速度

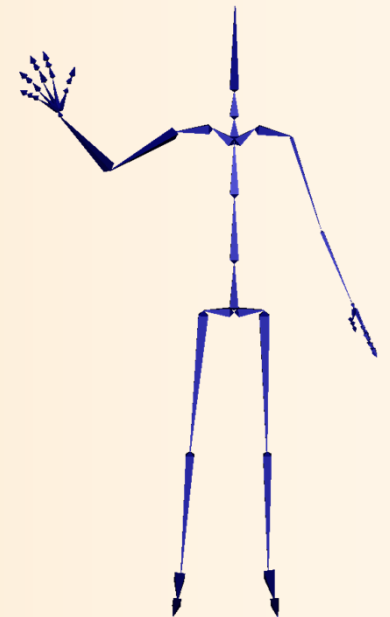
- ニュートン・オイラー法

1. 順方向計算

- 支点から末端に向かって、各関節の加速度を加算

2. 逆方向計算

- 末端から支点に向かって、各関節の必要トルクを減算



多関節体の順動力学計算

- 単純な計算方法

- 逆動力学計算を繰り返すことによって、逆動力学計算式の各行列を求めることができる

$$\tau = H(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + K(\theta)F$$

- 逆行列を計算することで、順動力学の式を得る

$$\ddot{\theta} = H(\theta)^{-1} \left(C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + K(\theta)F - \tau \right)$$

- より高速な計算方法もある(説明は省略)



多関節体の動作生成

- 物理シミュレーション自体は、順動力学により実現可能
- 人間の場合は、どのような状況でどのようなトルクが関節に生じるか、という運動モデルが未知

$$\ddot{\theta} = H(\theta)^{-1} \left(C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + K(\theta)F - \tau \right)$$

- 高いところから落ちる動作など、ほとんど自力で運動できないような状況であれば、シミュレーション可能
- 比較的単純な動作であれば、ロボットのコントローラなどを応用することで、実現可能

- 人間らしい運動を実現するためには、運動モデルや筋肉モデル(トルク特性)を考慮する必要がある

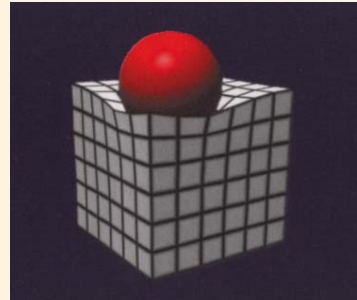




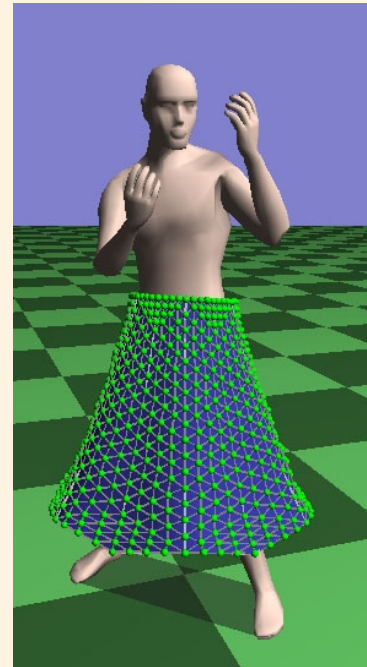
変形する物体の 物理シミュレーション

変形する物体の運動計算

- 変形する物体 (Deformable Object)
 - 衣服、皮膚、髪の毛など
 - 粒子モデルや有限要素法などの手法
 - 物体を細かい要素に分ける
 - 各時刻において、各要素に働く力を計算
 - 有限要素法では、要素に働く力を積分により求める
 - 粒子モデルでは、要素を点とみなして力を計算
 - 力から変形(加速度)を計算
- 詳しい説明は省略

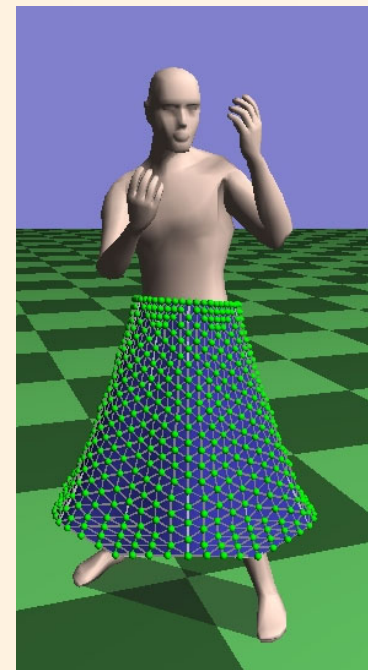


[Terzopoulos 87]



変形する物体の運動計算の例

- 粒子モデルによる衣服シミュレーション
 - 衣服を格子状の粒子(質点)のつながりで表す
 - 隣り合う粒子間は、ばねでつながっているものとする
 - 粒子に働く力を定義
 - 隣接する粒子間の長さを一定に保とうとする力(ばねの力)
 - 衣服が曲がったときに戻ろうとする力
 - 重力
 - 人体からの反発力
 - 各フレームにおける力の和から、粒子の加速度を計算



物理シミュレーションの最新技術

- 物理シミュレーションの原理は古くから確立
- 複雑な状況でも高速・安定した計算を実現することは、現在でも難しい課題
 - 特に衝突・接触が多く発生するような状況
- データにもとづくシミュレーション
 - 与えられたデータにもとづいて高速なシミュレーションを実現
 - 次元削減や既存のデータをつなげた結果生成など
 - 機械学習を応用した人体の運動モデル



まとめ

- 物理シミュレーションの概要
- 剛体の物理シミュレーション
 - 運動方程式
 - 回転運動と慣性モーメント
 - シミュレーションの手順
- 衝突と接触の扱い
- 多関節体の物理シミュレーション
- 変形する物体の物理シミュレーション



次回予告

- 衝突判定
 - 近似形状による衝突判定
 - 空間インデックス
 - ポリゴンモデル同士の衝突判定
- ピッキング
 - サンプルプログラム
 - スクリーン座標系での判定
 - ワールド座標系での判定
 - レポート課題

